

[Scilab で信号処理 2010]

情報工学科 教授 幹 康
ymiki@cs.takushoku-u.ac.jp

©2010-12 Yasushi Miki

[3] スーパードライ大瓶の共鳴

[以下に示す青色のコマンドは Scilab のコンソール上で実行できます。]

■ グラフィック・ウィンドウの初期設定 ([1] 参照)

```
exec('DefaultWindow.sce');
```

を実行します。

■ 共鳴音の分析

スーパードライ大瓶（空き瓶）の口を吹いてみよう。瓶が鳴りますね。このような現象を「共鳴」といいます。また、このようなものを「ヘルムホルツの共鳴器」といいます。

“SuperDry633.wav”ファイルもこのプログラムと一緒にダウンロードしておいてください。

また、ダウンロードしたファイルのディレクトリをカレントディレクトリに設定しておいた方が良いでしょう。

```
cd /Users/*****
```

カレントディレクトリを確認するには

```
pwd
```

サウンドファイルを読み込みます。

```
x = wavread(' SuperDry633.wav');
```

読み込んだデータの長さは

```
length(x)
```

```
ans =
```

```
4352.
```

FFTを実行するためにデータ点数を調整します。resize_matrix()という関数は配列のサイズを変更するものです。

```
y = resize_matrix(x, 1, 4096);  
length(y)
```

```
ans =
```

```
4096.
```

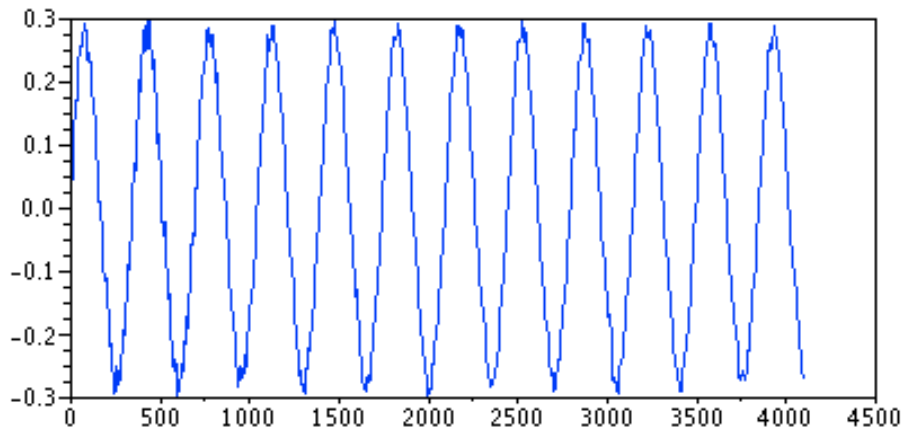
あるいは

```
y = x(1:4096);
```

としても同じです。

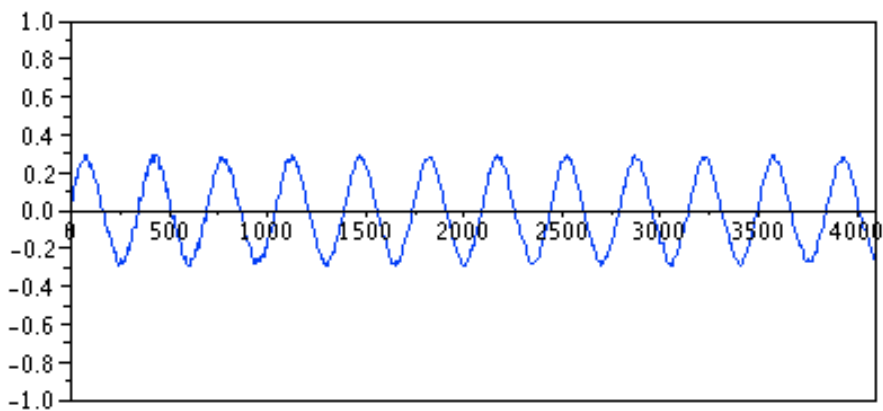
波形を見てみましょう.

```
plot(y);
```



```
f= gcf(); a = gca();  
f.figure_position = [800,40];  
f.figure_size = [480,320];  
a.x_location = "origin";  
n = 0:4095;  
clf();  
plot2d(n,y,frameflag = 1,axisflag = 1, rect=[0,-1,4096,1], style = 2);
```

で位置, 大きさ, 表示形式を変更することができます. .



ノイズが少し乗っていますが, ほとんど正弦波であることが分かります.

この波形から, 信号の周期を概算することができます.
約4000点のデータの中に, およそ, 12周期入っていることがわかります. すなわち, 1周期は330点です. これに, サンプルング周期を掛けてやれば, 信号の周期が求まります.

サンプルング周期DTは

```
DT = 1/44100
```

DT =

0.0000227

[s] したがって, 信号の周期Tは

```
T = 330 * DT
```

```
T =  
0.0074830
```

約 7.5 ms となります。これの逆数をとって周波数に変換すると

```
F = 1 / T
```

```
F =  
133.63636
```

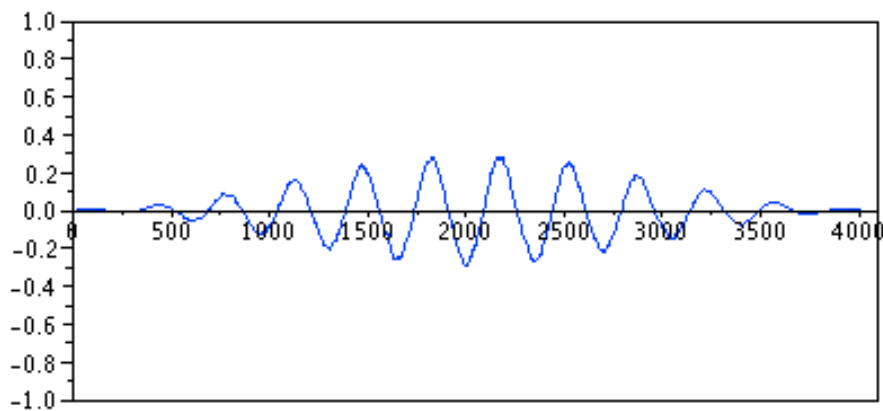
約 130 Hz となります。以上は、時間波形から概算した結果です。

■ フーリエ変換によるスペクトル分析

では、フーリエ変換を計算し、信号のスペクトルを求めてみましょう。

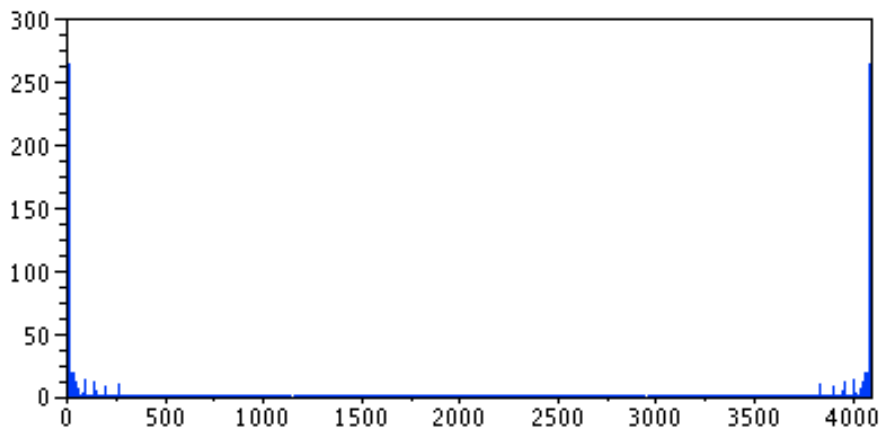
(1) まず、データに「ハニング窓」と呼ばれる窓関数を掛けます。これは、データの両端の振幅を徐々に減少させるもので、スペクトルの解像度を改善する効果があります。ハニング窓は下のプログラムでは `han` という配列として定義しています。データ `y` とハニング窓 `han` とのかけ算は `yh = y .* han;` のように記述します。

```
han = (1 - cos(2 * %pi * n / 4096)) / 2;  
yh = y .* han;  
scf();  
f = gcf(); a = gca();  
f.figure_position = [800,40+f.figure_id*20];  
f.figure_size = [480,320];  
a.x_location = "origin";  
plot2d(n, yh, frameflag = 1, axesflag = 1, rect=[0,-1,4096,1], style = 2);
```



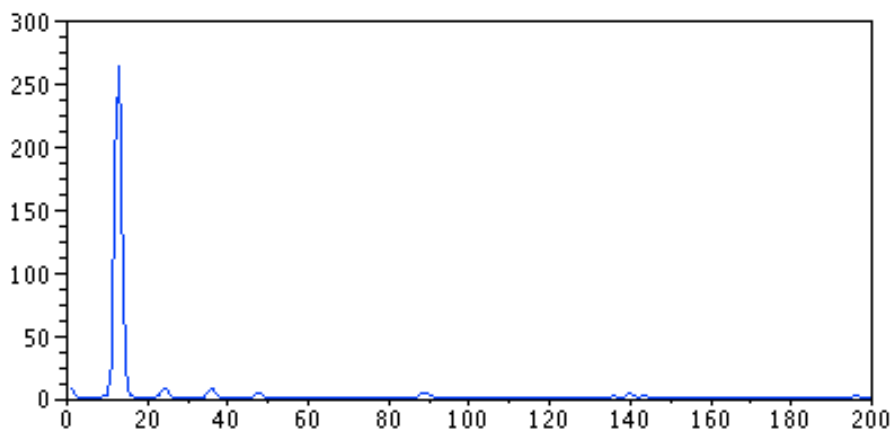
(2) 次に、`Y = fft(yh);` によってフーリエ変換（FFT：高速フーリエ変換）を求めます。フーリエ変換は一般に複素数ですから、グラフにするには絶対値などで表示させる必要があります。絶対値関数は `abs()`。

```
scf();  
f = gcf(); a = gca();  
f.figure_position = [800,40+f.figure_id*20];  
f.figure_size = [480,320];  
Y = fft(yh);  
plot2d(n, abs(Y), frameflag = 1, axesflag = 1, rect=[0,0,4096,300], style = 2);
```



スペクトルは正の周波数（左半分）と負の周波数（右半分）として対称に現れます。通常は、左半分に注目すれば良いでしょう。細かくて解りづらいので横軸の一部分を拡大しましょう。

```
YY = resize_matrix(Y,1,200);
n = 1:200;
clf();
plot2d(n, abs(YY), frameflag = 1, axesflag = 1, rect=[0,0,200,300], style = 2);
```



鋭いラインスペクトルになっています。高調波成分が幾つか確認できます。では、このピークの周波数はいくつでしょうか。

```
for i = 1: 200,
    if abs(YY(i)) > 50
        printf('i = %d, abs = %d\n', i, abs(YY(i)));
    end
end
```

```
i = 12, abs = 203
i = 13, abs = 263
i = 14, abs = 80
```

絶対値が 50 を越える配列をチェックしました。i = 13 がピークです。この配列番号に対応する周波数を求めるには以下の情報が必要です。

データのサンプリング周波数 : sfreq = 44,100 [Hz]

フーリエ変換の点数 : N = 4,096

スペクトルの周波数間隔（周波数刻み）DF はサンプリング周波数を点数で割ったものとなるから

```
fs = 44100;
N = 4096;
```

$$DF = f_s / N$$

$$DF =$$

$$10.766602$$

Scilab では、配列番号は 1 から始まります。従って、i 番目に対応する周波数は 1 を減じて、 $f = (i - 1) DF$ となることに注意してください。では、ピーク周波数は

$$F = (13 - 1) * DF$$

$$F =$$

$$129.19922$$

ピーク周波数が 129 [Hz] 程度であることは分かりましたが、推定精度は周波数刻みで決まっています。この場合、 $\pm DF/2 = \pm 5$ Hz の誤差が含まれる可能性があります。

■ ヘルムホルツの共鳴器

下に示すように、一定の容器に細い管を接続した構造のものをヘルムホルツの共鳴器といい、一定の周波数で共鳴します。

口の断面積 S_1 瓶の断面積 S_2



← l_1 → ← l_2 →

口の長さ 瓶の長さ（口部を除く）

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_{12}}}, \quad C_{12} = \frac{S_2 l_2}{S_1 \rho c^2}, \quad L_1 = \rho l_1$$

共振周波数 f_0 は上式で与えられます。ここに、 c は音速です。 ρ は空気の密度ですが、共振周波数には影響を与えません。

ビール瓶などはヘルムホルツの共鳴器とみなすことができ、瓶の口に息を吹き付けると共振周波数に対応する高さの音が鳴ります。瓶のサイズを大雑把に見積もると（長さの単位は cm）

```
s2 = %pi * 3.4^2; // 瓶の断面積, 半径約3.4 cm
l2 = 17;          // 瓶の長さ約17 cm
s1 = %pi * 1^2;   // 口の断面積, 半径約1 cm
l1 = 10;          // 口の長さ約10 cm
```

// 瓶の容積は

```
v2 = s2 * l2      // 断面積*長さ
```

v2 =

$$617.38579$$

口の部分を除いていますから、まあこんなものでしょう。
共振周波数は

```
c = 34000; // 音速
```

```
L1 = l1; C12 = s2 * l2 / (s1 * c^2);  
fr = 1 / (2 * %pi * sqrt(L1 * C12))
```

fr =

122.06627

相当大雑把な計算をしましたが，測定結果と良く合っているでしょう．