

[5] ハニング窓

[以下に示す青色のコマンドは Scilab のコンソール上で実行できます.]

■ グラフィック・ウィンドウの初期設定 ([1] 参照)

```
exec('DefaultWindow.sce');
```

を実行します。

■ 矩形窓とハニング窓

[4] 信号の観測と窓関数で見たように、信号を観測ということは観測時間に対応する窓関数を掛けることと考えられます。このときの、窓関数の形は矩形でした。つまり、「矩形窓」と呼ばれます。この窓の影響として、推定されたスペクトルの形状が変化しました。

復習しましょう。

観測する信号の長さを $N = 64$ 点とします。観測時間を $T = 1$ [s] とすると、サンプリング周期は $DT = T / N$ となります。

いま、

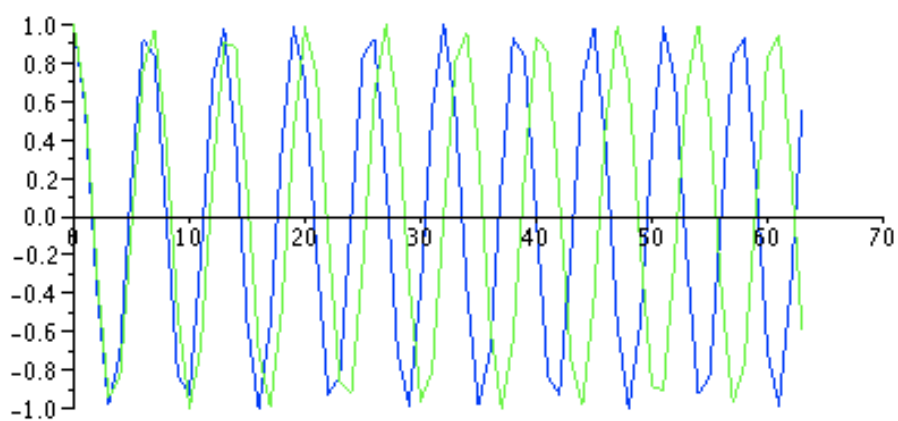
信号1: 周波数 $f_1 = 10$ [Hz]、

信号2: $f_2 = 9.5$ [Hz]

の2つの正弦波を考えます。

```
N = 64; f1 = 10; f2 = 9.5;  
n = 0 : N - 1;  
x1 = cos(2 * %pi * f1 * n / N);  
x2 = cos(2 * %pi * f2 * n / N);  
plot2d(n,x1,style=2)  
plot2d(n,x2,style=3)
```

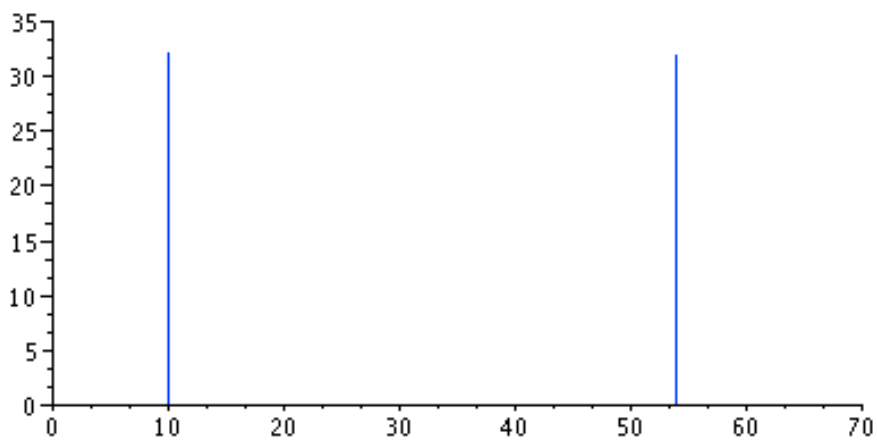
信号1は青、信号2は緑で示します。



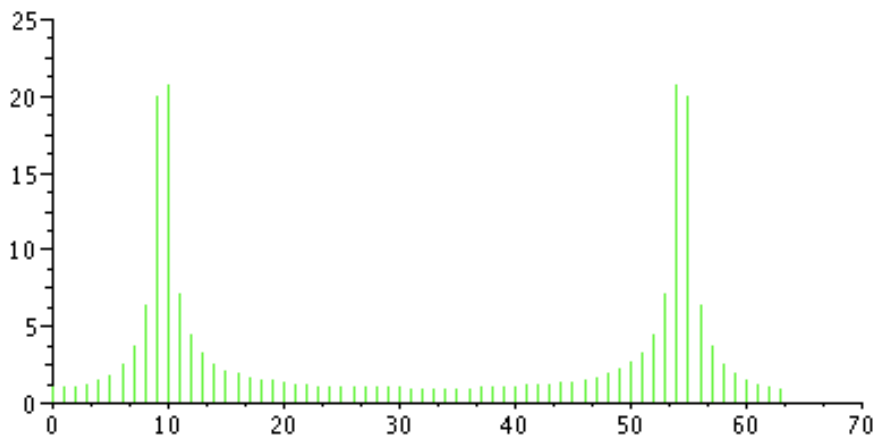
これらのスペクトルは次のようになりました。

```
X1 = fft(x1);
X2 = fft(x2);
scf();
plot2d3(n,abs(X1),style=2)
scf(); f = gcf(); f.figure_position = [800,360];
plot2d3(n,abs(X2),style=3)
f = gdf(); f.figure_position = [800,40];
```

信号1の振幅スペクトル



信号2の振幅スペクトル



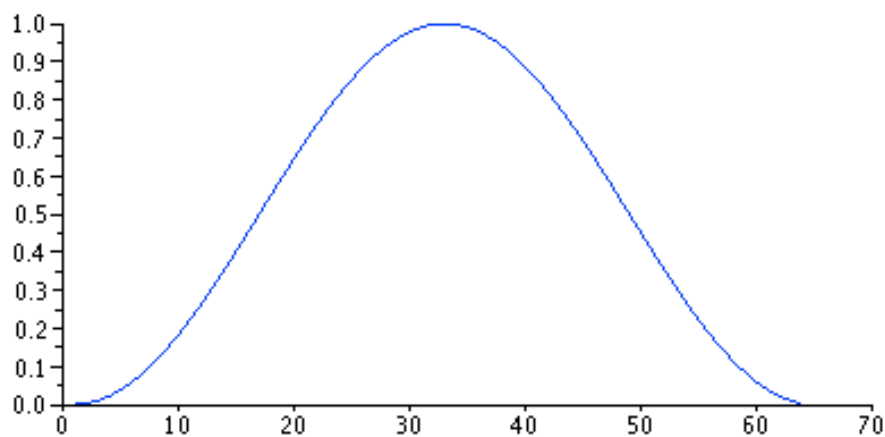
このスペクトルの形状は矩形窓の影響でした。信号2のスペクトルがこのようになるのは、信号を周期的に接続したときに波形に不連続が生じることが理由と考えられます。この影響を軽減する方法として、波形のつなぎ目、すなわち、信号の両端の振幅をゼロに近づけてやれば良いでしょう。

このために考案された窓関数の1つが「ハニング窓」です。

■ ハニング窓

データの両端をなだらかにゼロに近づける窓関数としてハニング窓が考案されました。コサイン関数を用いたもので次のように与えられます。

```
n = 0:63;
Hanning = (1 - cos(2 * %pi * n / length(n))) / 2;
scf(); plot(Hanning)
```



このハニング窓を信号に掛けると次のようになります。

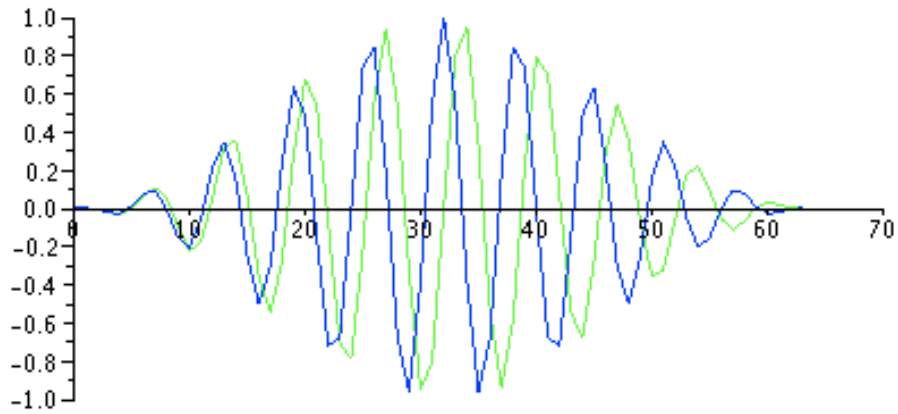
信号1、2は上で定義した通りです。配列の要素同士のかけ算は "." を使用します。

```
N = 64; f1 = 10; f2 = 9.5;
n = 0 : N - 1;
```

```

x1 = cos(2 * %pi * f1 * n / N);
x2 = cos(2 * %pi * f2 * n / N);
scf();
x1h = x1 .* Hanning;
x2h = x2 .* Hanning;
plot2d(n, x1h, style=2)
plot2d(n, x2h, style=3)

```

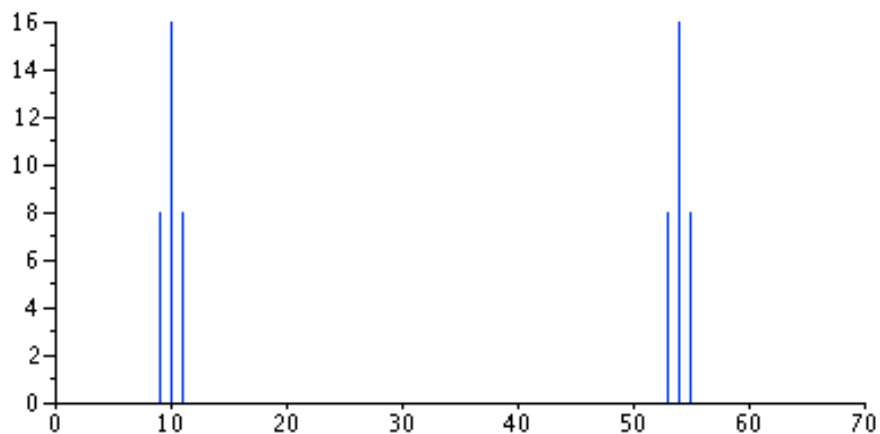


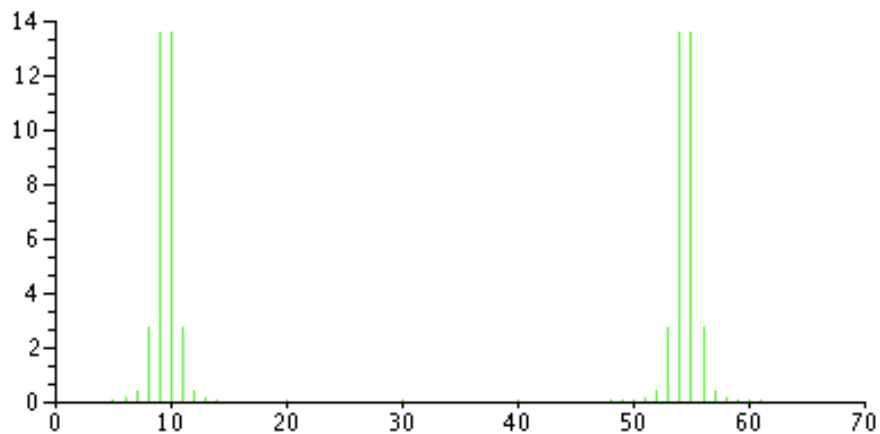
これらのスペクトルは次のようになります。

```

X1h = fft(x1h);
X2h = fft(x2h);
scf();
plot2d3(n,abs(X1h),style=2)
    scf(); f = gcf(); f.figure_position = [800,360];
plot2d3(n,abs(X2h),style=3)
f = gdf(); f.figure_position = [800,40];

```

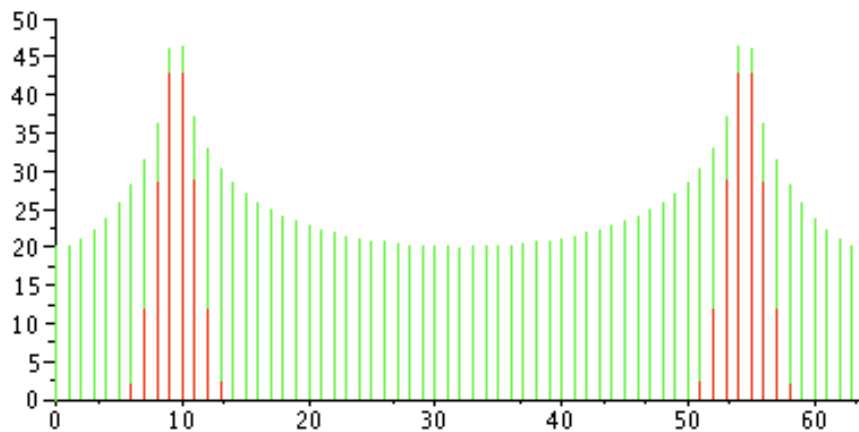




信号1のスペクトルは少し広がってしまいましたが、信号2のスペクトルの裾の広がりは大幅に改善されているのがわかります。どちらも似たような形状になっていると思います。

信号2のスペクトルの違いは対数をとってデシベル表示すると、よりはっきりします。

```
scf();
plot2d3(n, 20*log10(abs(X2))+20, style=3,rect=[0,0,64,50])
plot2d3(n, 20*log10(abs(X2h))+20, style=5,rect=[0,0,64,50])
```



縦軸はデシベル表示です。緑が矩形窓、赤がハニング窓を掛けた結果です。

■ 微弱信号の検出

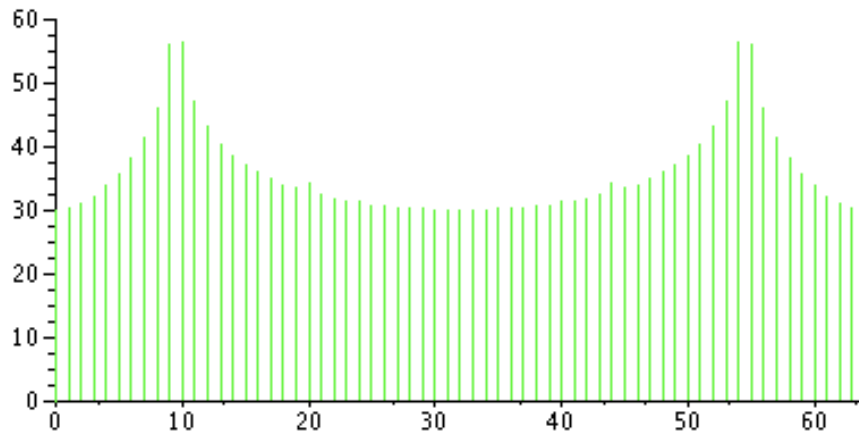
次のような信号を考えよう。

```
N = 64; n = 0:N-1; f2 = 9.5; f3 = 20;
x3 = cos(2 * %pi * f2 * n / N) + 1/100 * cos(2 * %pi * f3 * n / N);
```

周波数 f_2 の正弦波に振幅 $1/100$ 、周波数 f_3 の正弦波が加えられた信号です。これを単純にスペクトル分析すると

```
X3 = fft(x3);
scf();
```

```
plot2d3(n, 20*log10(abs(X3))+30, style=3,rect=[0,0,64,60])
```



となり、微弱信号の判別は困難ですが、ハニング窓を掛けることにより、解像度が大幅に改善され、微弱信号が明確に検出できるようになります。

```
X3h = fft(x3 .* Hanning);  
scf();  
plot2d3(n, 20*log10(abs(X3h))+30, style=5,rect=[0,0,64,60])
```

